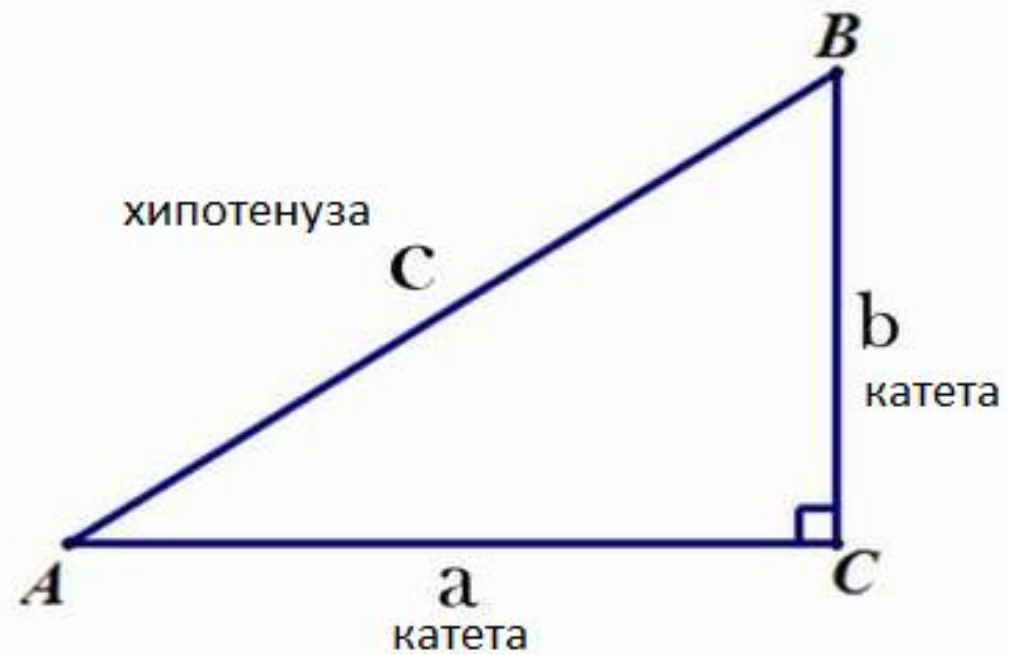


Питагорова теорема

Девето отделение

Правоаголен триаголник

Теоремата што го носи името на Питагора е една од најпознатите теореми во математиката. Таа се однесува на правоаголните триаголници. Ги означуваме страните a , b и c на правоаголен триаголник. Страната c е **хипотенуза** и таа е најдолгата страна на триаголникот. Хипотенуза е страната спроти правиот агол. Страните a и b се викаат **катети** на правоаголниот триаголник.



Една од најприменувани теореми во геометријата е Питагоровата теорема. Таа гласи:

Плоштината на квадратот над хипотенузата кај секој правоаголен триаголник е еднаква на збирот од плоштините на квадратите над катетите.

Доказ:

Од Евклидовата теорема знаеме дека:

$$b^2 = b_c \cdot c \text{ и } a^2 = a_c \cdot c$$

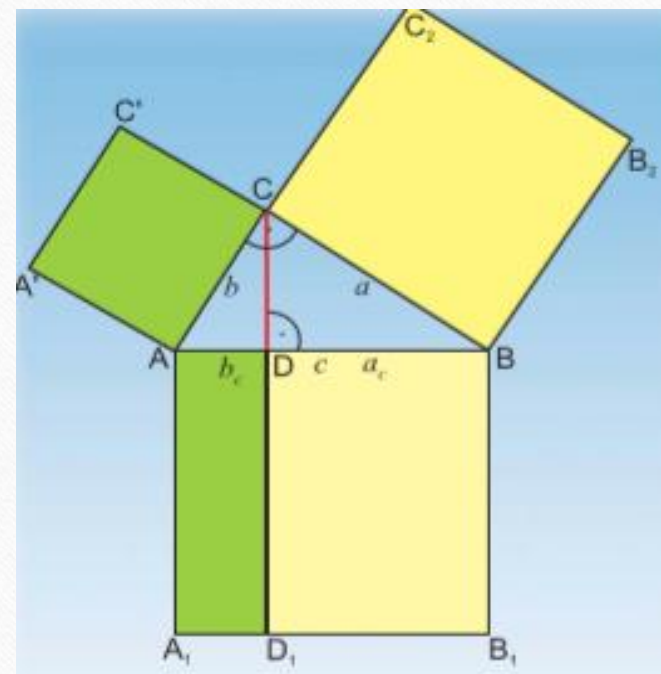
Ако ги собереме соодветните леви и десни страни на равенството добиваме:

$$a^2 + b^2 = a_c \cdot c + b_c \cdot c = (a_c + b_c) \cdot c$$

бидејќи $a_c + b_c = c$, затоа важи

$$a^2 + b^2 = c^2$$

со што теоремата е докажана.

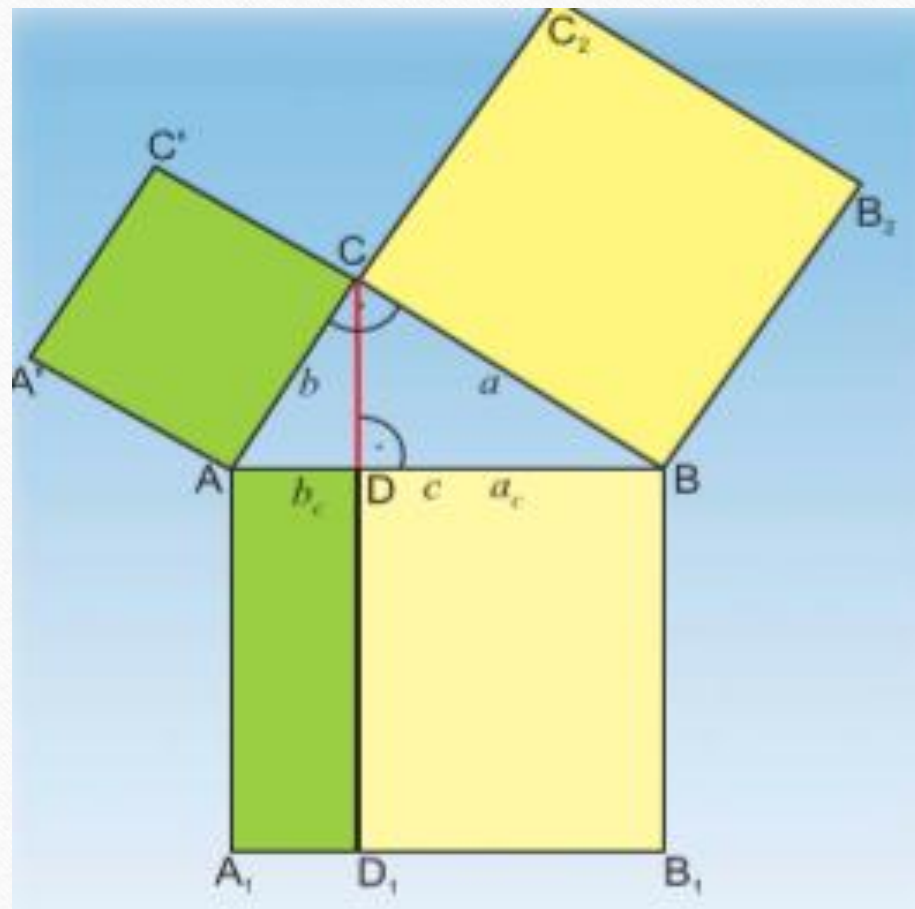


Геометриски доказ на Питагоровата теорема

Ако CD е висината спуштена од темето C на правиот агол, тогаш оваа права го разделува квадратот ABA_1B_1 над хипотенузата AB на два правоаголника: ADA_1D_1 и DBD_1B_1 . Па имаме :

$$P_{ADA_1D_1} = b_c \cdot c = b^2 = P_{ACCA'} \quad \text{и} \quad P_{DBD_1B_1} = a_c \cdot c = a^2 = P_{BCC_1B_1}.$$

Со собирање на овие равенства го добиваме доказот.



Дека триаголникот со страни 3, 4 и 5 е правоаголен знаеле уште старите Египќани. На Египќаните им бил познат и односот на броевите $3^2 + 4^2 = 5^2$. Затоа правоаголниот триаголник со страни 3, 4 и 5 се вика **египетски триаголник**.

Додека, пак триаголникот со страни 5, 12 и 13 кој исто така е правоаголен, бил познат на старите Индијци. Тој триаголник го викаме **индиски триаголник**.

За својството на египетскиот и индискиот триаголник знаеле уште старите источни народи околу 20 века пр.н.е. Веројатно е дека Питагора, кој патувал во Египет и Индија, ги пренел во Грција математичките знаења на тие народи од тоа време. Се претпоставува дека доказот на теоремата е даден од Питагора во неговата школа.

Својствата на египетскиот и индискиот триаголник можеме да го користиме и за трасирање на прав агол, како што тоа го правеле старите Египќани.

Од равенството: $a^2 + b^2 = c^2$
следува дека: $a^2 = c^2 - b^2$ и $b^2 = c^2 - a^2$

Па следува: ***Плоштината на квадратот над едната катета во секој правоаголен триаголник е еднаква на разликата од плоштините на квадратот над хипотенузата и квадратот над другата катета.***

Од последните две равенки следува:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}, a = \sqrt{c^2 - b^2} \text{ и } b = \sqrt{c^2 - a^2}.$$

Со помош на формулите може многу лесно да се одреди должината на која и да е страна на правоаголен триаголник, кога се дадени должините на другите две страни.

За Питагоровата теорема важи и нејзината **обратна теорема** која гласи:

Ако квадратот над најголемата страна на еден триаголник е еднаков на збирот од квадратите над другите две страни, тогаш тој триаголник е правоаголен.

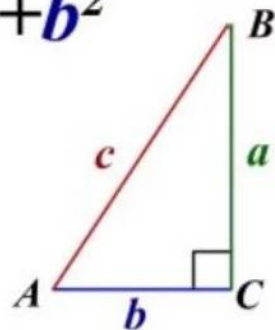
Питагорова теорема

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



a и b се катети
c е хипотенуза

Да разгледаме еден пример.

Пример 1: Пресметај ја должината на страната x.

Прво да провериме која од страните е хипотенузата.

Страната x е хипотенуза. Двете пократки страни се долги 4cm и 6cm. Ја применуваме Питагоровата теорема:

$$a^2 + b^2 = x^2$$

$$4^2 + 6^2 = x^2$$

$$16 + 36 = x^2$$

$$52 = x^2$$

$$x = \sqrt{52}$$

$$x = 7,21 \text{ cm}$$

Пример 2: Пресметај должината на страната h.

Хипотенузата е 11cm, а останатите две страни се 6cm и h.

Ја применуваме Питагоровата теорема:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$6^2 + h^2 = 11^2$$

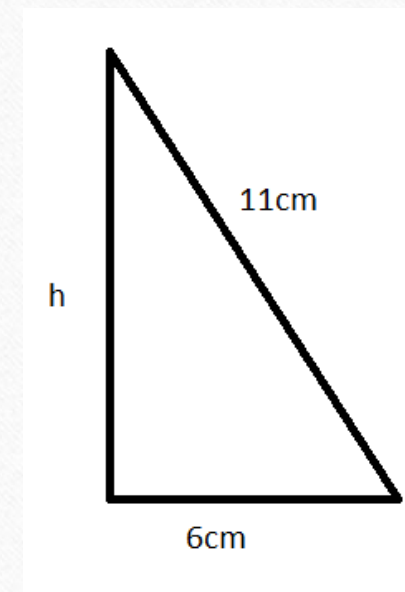
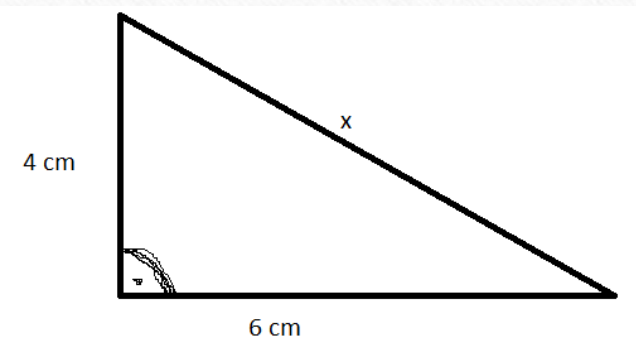
$$h^2 = 11^2 - 6^2$$

$$h^2 = 121 - 36$$

$$h^2 = 85$$

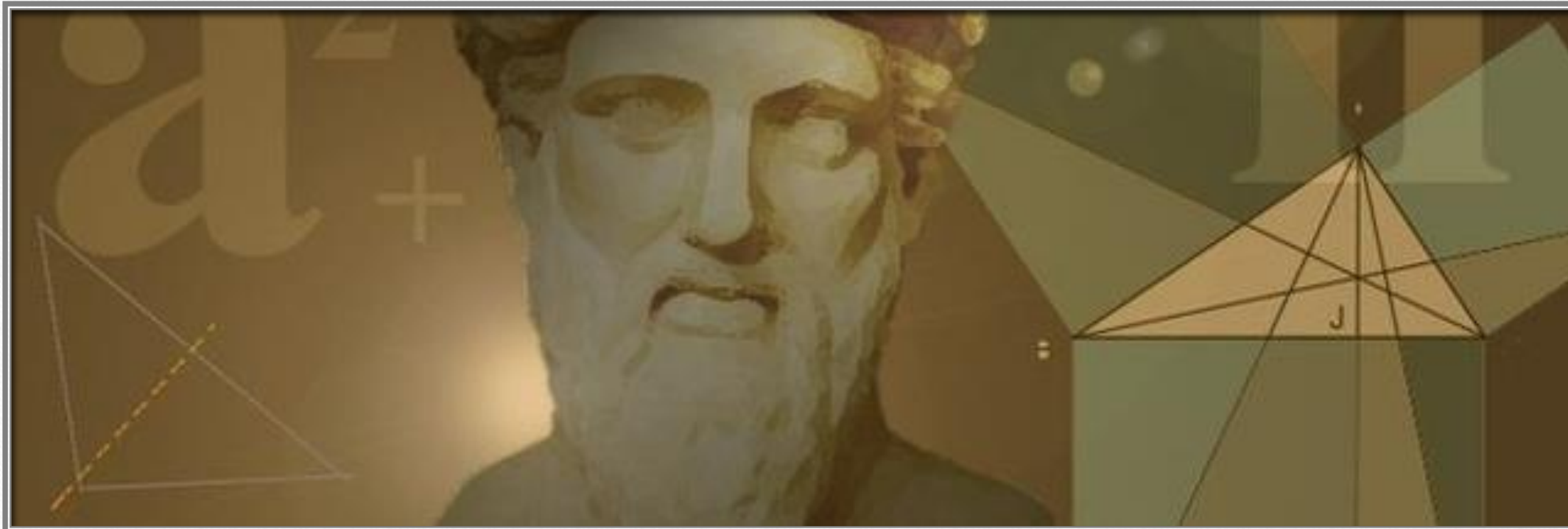
$$h = \sqrt{85}$$

$$h = 9,2 \text{ cm}$$



Домашна работа: Учебник, страна 224, задачи 1, 2 и 3

Изработените домашни да се испратат на ljljanamileska@yahoo.com , претходно потпишани со име и презиме од ученикот и кое одделение најдоцна до 01.05.2020 год .



Изработил: Љиљана Милеска

О.У Ѓорче Петров – Скопје

Април 2020