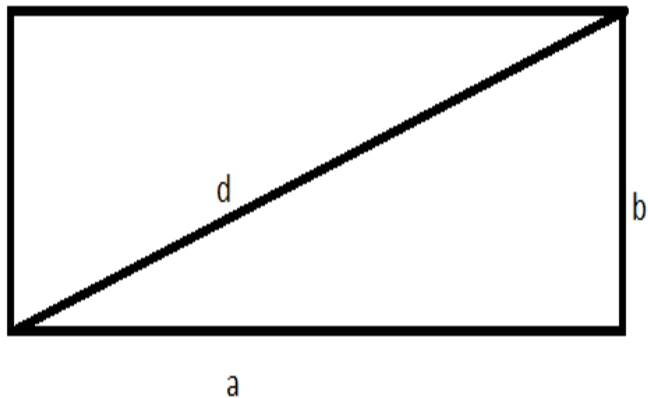


ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВАТА
ТЕОРЕМА ВО РЕШАВАЊЕ РАМНИНСКИ
ПРОБЛЕМИ

IX одделение



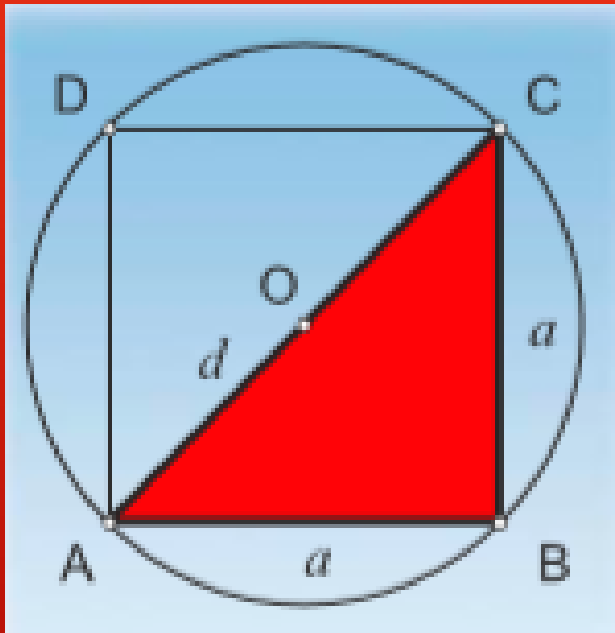
a е должина
b е ширина
d е дијагонала

ПРАВОАГОЛНИК

Со повлекување на една дијагонала на правоаголникот истиот се разделува на два складни правоаголни триаголници. Со примена на Питагоровата теорема на еден од тие триаголници, лесно ја пресметуваме дијагоналата, ако ни се познати страните на правоаголникот. Ако пак ни е позната дијагоналата и една од страните на правоаголникот лесно ја одредуваме другата страна.

$$a = \sqrt{d^2 - b^2} \quad ; \quad b = \sqrt{d^2 - a^2} \quad ; \quad d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

КВАДРАТ



Нека ни е даден квадратот ABCD со страна a и околу него опишана е кружница. Дијагоналата d го дели квадратот на два складни правоаголни триаголници, а таа е хипотенуза на секој од тие триаголници. Со примена на Питагоровата теорема добиваме:

$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2, \text{ т.е. } d = a\sqrt{2}.$$

Должината на дијагоналата на квадратот е еднаква на производот од должината на неговата страна и бројот $\sqrt{2}$.

Бидејќи радиусот R на опишаната кружница околу квадратот е половина од неговата дијагонала d , добиваме :

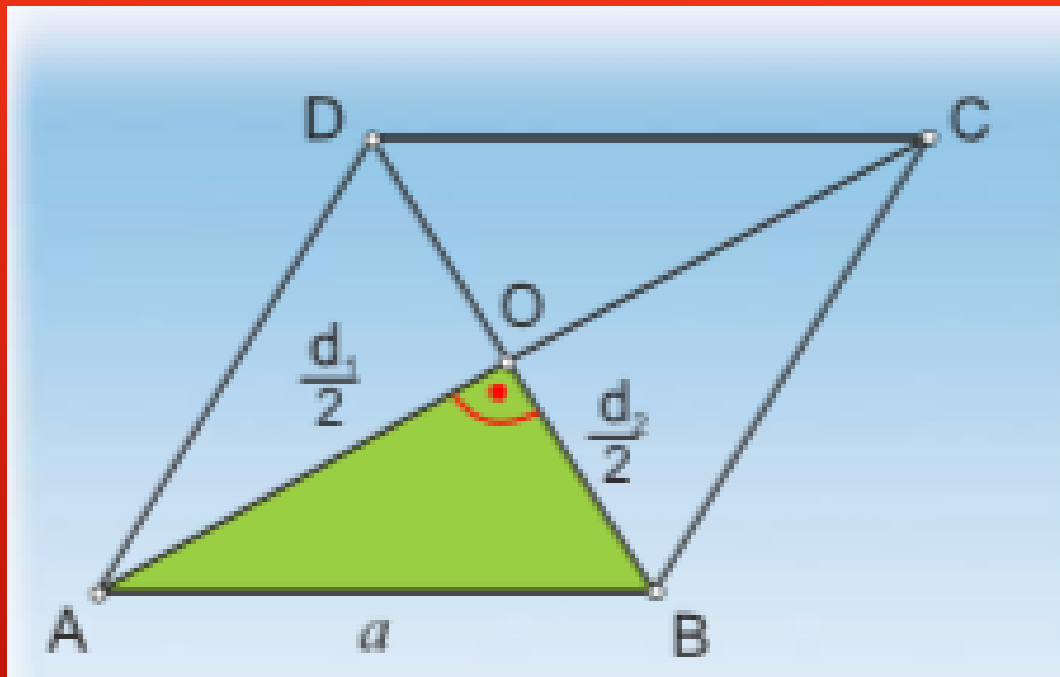
$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Да ја изразиме страната на квадратот како функција од неговата дијагонала d . Добиваме:

$$a^2 + a^2 = d^2, 2a^2 = d^2, a^2 = \frac{d^2}{2}$$

$$a = \sqrt{\frac{d^2}{2}} = \sqrt{\frac{d^2 \cdot 2}{4}} = \frac{d\sqrt{2}}{2}, \text{ т.е. } a = \frac{d\sqrt{2}}{2}.$$

РОМБ



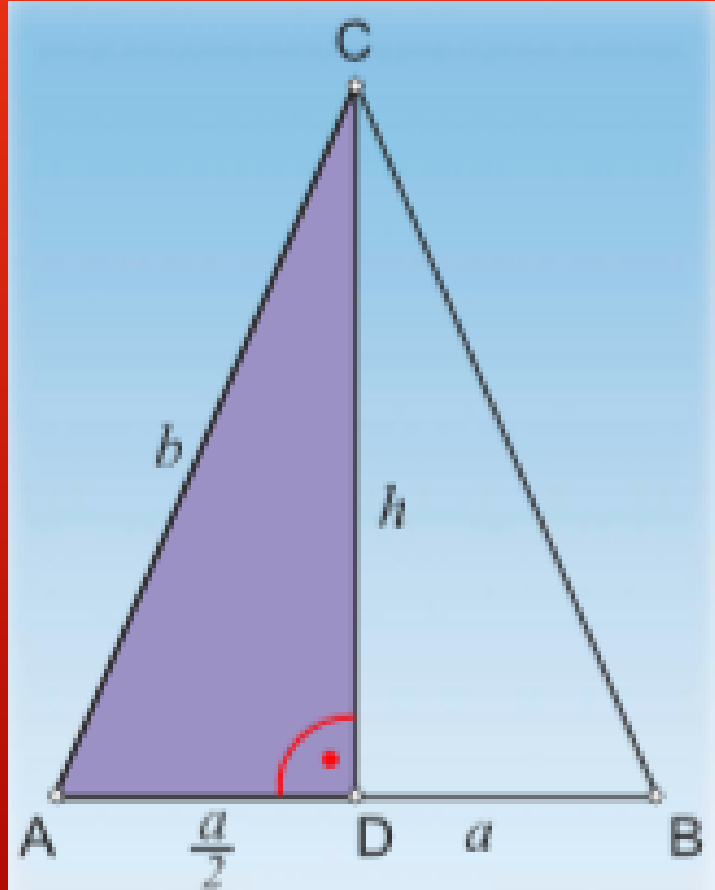
Даден ни е ромбот и се повлечени двете нејзини дијагонали. Познато ни е дека дијагоналите на ромбот се преполовуваат и се нормални една на друга. Затоа тие го делат ромбот на четири складни правоаголни триаголници. Кај секој од добиените триаголници хипотенузата е страната на ромбот, а катетите се половинките од дијагоналите. Со примена на питагорината теоремана еден од добиените триаголници, добиваме:

$$a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$$

А плоштината на ромбот се пресметува со формулата:

$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

РАМНОКРАК ТРИАГОЛНИК



Нека ни е даден рамнокрак триаголник ABC со основа $\overline{AB} = a$ и крак $\overline{AC} = b$. Ако ја спуштиме висината h од врвот C кон основата a , таа ќе го раздели рамнокракиот триаголникот на два складни правоаголни триаголници. Хипотенузата на секој од тие триаголници ќе биде кракот b , а катети се спуштената висина h и половината од основата на рамнокракиот триаголник. Ако се бара висината h , а се познати основата и кракот, со примена на Питагорината теорема на триаголникот ADC наоѓаме:

$$h^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2, \text{ т.е. } h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}.$$

РАМНОСТРАН ТРИАГОЛНИК

Ако ни е даден рамностран триаголник ABC со страна a . Ако ја повлечеме која и да било висина, таа ќе го раздели рамностранниот триаголник на два складни правоаголни триаголника. Хипотенузата на секој од тие триаголници ќе биде страната a , а катети ќе бидат половината страна $\frac{a}{2}$ и висината h на рамностранниот триаголник.

Со примена на Питагорината теорема на правоаголниот триаголник ADC или DBC може да се пресмета висината на рамностранниот триаголник:

$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4a^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}, \text{ а оттука: } h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Според тоа: $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}.$

Од формулата за висина на рамностранниот триаголник може да се доби пресметување на плоштината на рамностранниот триаголник:

$$P = \frac{a}{2} \cdot h = \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}, \text{ т.е. } P = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}.$$

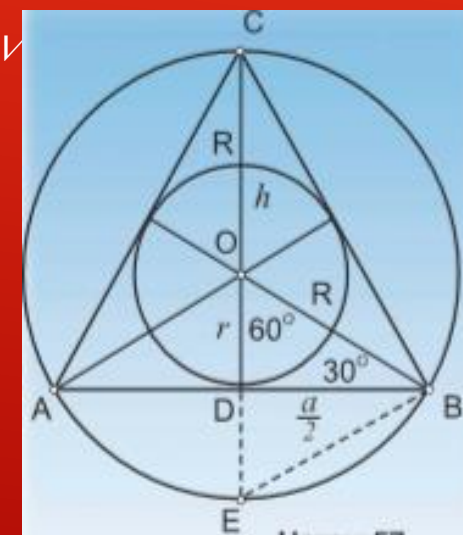
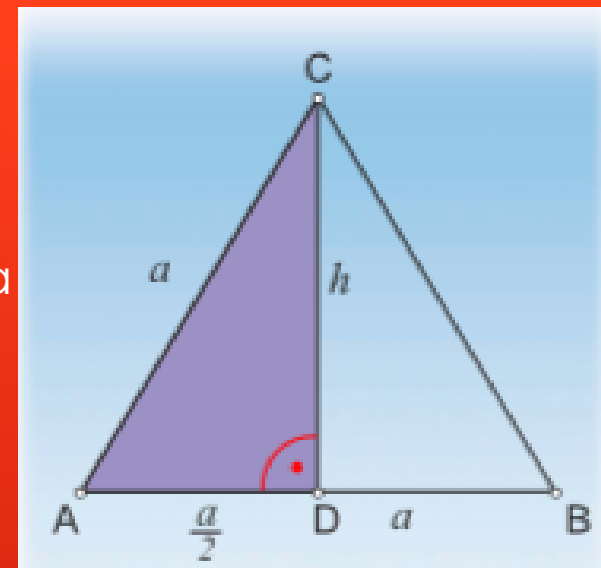
На вториот цртеж ни е даден рамностран триаголник ABC па во него и околу него е впишана и е опишана кружница.

Па за радиусите на опишаната и впишаната кружница се добива дека можат да се пресметаат по формулите соодветно:

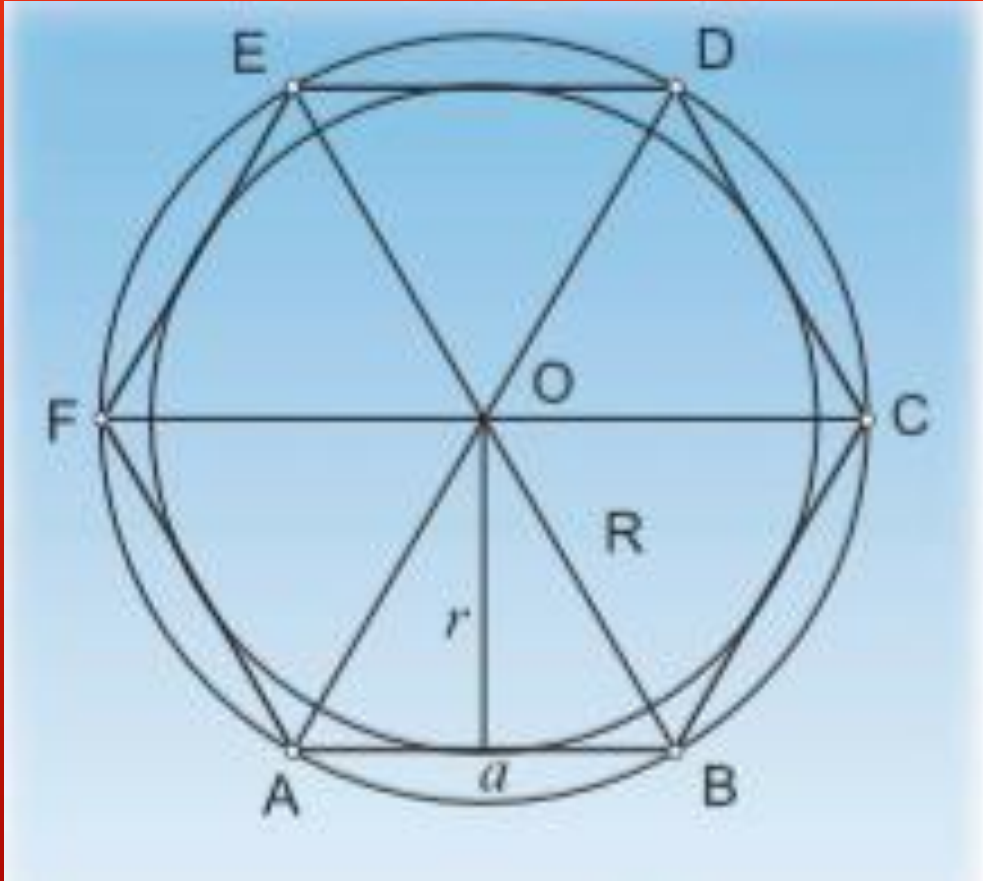
$$r = \frac{1}{3}h \quad \text{а} \quad R = \frac{2}{3}h.$$

ИЛИ

$$r = \frac{a}{6}\sqrt{3} \quad \text{и} \quad R = \frac{a}{3}\sqrt{3}.$$



ПРАВИЛЕН ШЕСТОАГОЛНИК



Даден ни е правилен шестоаголник ABCDEF, па во него е впишана и околу него е опишана кружница. Ако центарот на правилниот шестоаголник го соединиме со секое теме, истиот се разделува на шест складни рамнострани триаголници. Според тоа плоштината на правилниот шестоаголник ќе биде:

$$P = 6 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}, \text{ т.е.}$$
$$P = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

Од цртежот е јасно дека радиусот на опишаната кружница е еднаков на страната на правилниот шестоаголник:

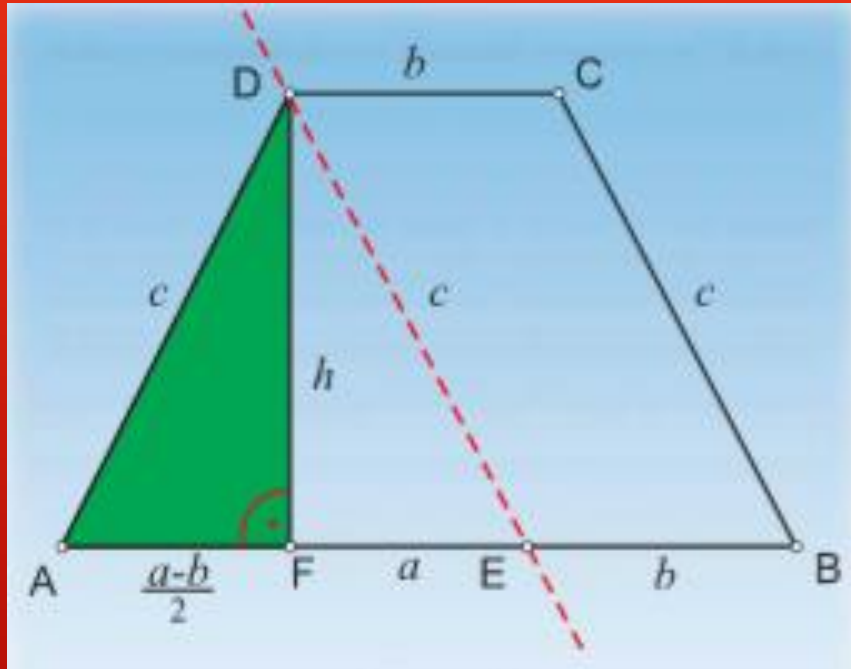
$$R = a.$$

Додека пак радиусот на впишаната кружница е еднаков на висината на рамностраниот триаголник ABO т.е:

$$r = \frac{a \sqrt{3}}{2}.$$

РАМНОКРАК ТРАПЕЗ

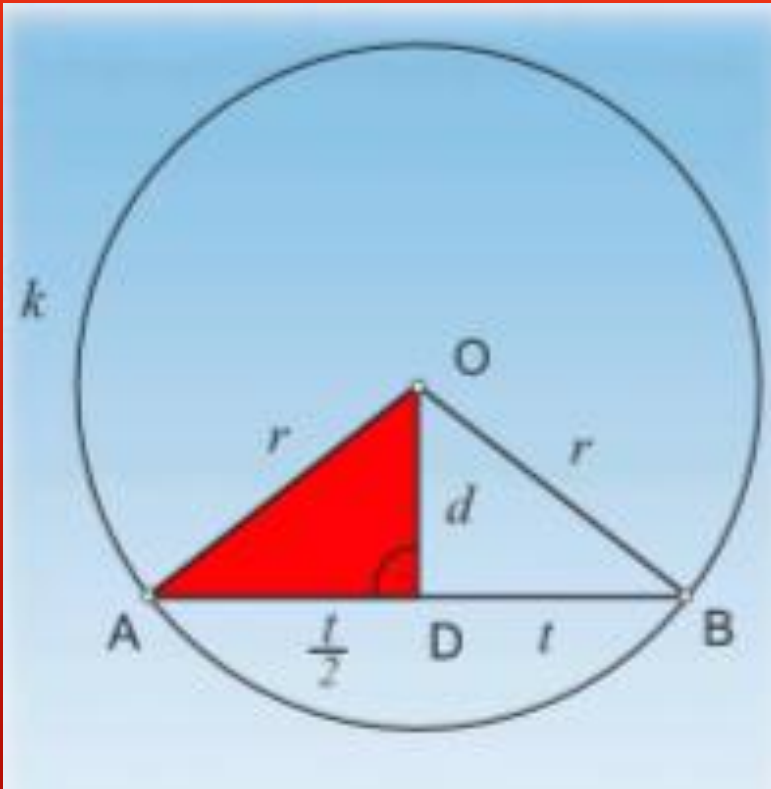
Нека ни е даден рамнокрак трапез $ABCD$, со основи $\overline{AB}=a$ и $\overline{CD}=b$ и крак $\overline{AD} = \overline{BC} = c$. Ако низ темето D повлечеме права паралелна со кракот BC , рамнокракиот трапез ќе се раздели на ромбиод $BCDE$ и еден рамнокрак триаголник AED . Така добиениот рамнокрак триаголник AED ќе има основа $a - b$ и висина еднаква на висината на рамнокракиот трапез. Висината DF го дели рамнокракиот триаголник на два правоаголни триаголника. Со примена на Питагорината теорема на еден од тие триаголници можеме да ја определиме висината на рамнокракиот трапез:



$$h^2 = c^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2, \text{ односно}$$

$$h = \sqrt{c^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}.$$

КРУЖНИЦА



Нека е дадена кружница $k(O,r)$ и една нејзина тетива $\overline{AB}=t$. Ако центарот O го соединиме со крајните точки на тетивата AB го добиваме рамнокракиот триаголник ABO , чија основа е дадената тетива AB , а краци се радиусите OA и OB .

Висината OD , повлечена од врвот O кон основата AB , го разделува триаголникот ABO на два складни правоаголни триаголници AOD и BOD . Притоа должината на повлечената висина OD претставува централно растојание на тетивата AB од центарот O на кружницата, па затоа обично ја означуваме со d т.е $\overline{OD} = d$.

Со примена на Питегоровата теорема добиваме:

$$d^2 = r^2 - \left(\frac{t}{2}\right)^2, \text{ односно } d = \sqrt{r^2 - \left(\frac{t}{2}\right)^2}.$$

Ако пак ни е познато централното растојание d и радиусот r , тогаш должината на тетивата ќе биде:

$$\left(\frac{t}{2}\right)^2 = r^2 - d^2, \text{ односно } t = 2\sqrt{r^2 - d^2}.$$

ДОМАШНА РАБОТА:

УЧЕБНИК, СТРАНА 228, ЗАДАЧИ 1, 2 И 3

Изработените домашни да се испратат на liljanamileska@yahoo.com, претходно потпишани со име и презиме од ученикот и кое одделение најдоцна до 01.05.2020 год.



Изработил: Љиљана Милеска О.У Ѓорче Петров – Скопје

Април 2020